

- TMSS (1996). *Svenska 13-årigars kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. The Third International Mathematics and Science Study. Skolverkets rapport nr 114. Stockholm: Liber distribution.
- Truedson, L. (1993). *Vad händer i skolan? Resultat från den Nationella utvärderingen av grundskolan våren 1992*. Stockholm: Skolverket.
- Undervisningsplan för rikets folkskolor. Den 31 oktober 1919. Stockholm: Svenska Bokförlaget Norstedts.
- Unenge, J. (1999). *Skolmatematiken i går, idag och i morgon ... med mina ögon sett*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Utvärdering av grundskolan 1995. *Matematik*. Skolverkets rapport 119. (1997). Stockholm: Skolverket, Liber.
- Wistedt, I. (1996). *Matematiska samtal. I: Matematik ett kommunikationsämne*. Nämnaren Tema, s. 65-68.
- Wistedt, I. & Martinsson, M. (1994). *Kvaliteter i elevers tänkande över en oändlig decimalutveckling*. Stockholm: Stockholms universitet, Pedagogiska institutionen.
- Wyndham, J. (1993). *Problem-solving revisited. On school mathematics as a situated practice*. Linköping Studies in Arts and Science, 98.

DEL 3

NÅGRA TEORETISKA PERSPEKTIV PÅ LÄRANDE

En lärares agerande och språk kan utifrån en observatörs perspektiv många gånger kategoriseras enligt olika *teoretiska ansatser*, psykologiska skolor eller 'ismer'. En lärare, som exempelvis låter sina elever först själva pröva sina intellektuella krafter på ett visst problem och sedan berätta om olika lösningsförslag, har vandrat igenom helt olika teoretiska domäner än den lärare som efter en diagnos låter eleverna intensivt få öva på en rad snarlika uppgifter. Lärare, som i sitt beskrivande av sin undervisning metaforiskt ofta använder skilda ord som 'klassrum', 'inlärningsstillfälle', 'inlärningsmiljö', 'produkt och process' på ett medvetet sätt, bekänner sig förmodligen till skilda teoretiska skolor. Så är också förhållandet då man talar om exempelvis 'lära sig lära' och 'ta ansvar för det egna lärandet'. Nu ska man inte förledas till att dra den slutsatsen att en lärare är konsekvent agerande enligt en viss skolbildning. Tvärtom – en lärares förhållningssätt bärs kanske upp av ett konglomerat av olika idéer. Men själva förhållandet att praktiken kan knytas till en teori utan att vara direkt styrd av den pekar på komplexiteten i sambandet mellan teori och praktik. En annan iakttagelse som vi gjort under resans gång är att inom ett arbetslag eller ett kollegium nås ofta inte konsensus kring undervisningsfrågor därför att främsta åsikter egentligen har skilda teoretiska rötter och i grunden är omöjliga att samordna.

I fortsättningen ska några olika tongivande psykologiska inriktningar ('skolor') belysas. Det är i första hand huvudströmningarna

behaviorism, kognitivism och konstruktivism och några varianter inom dessa samt ett *sociokulturellt perspektiv*.

Syftet med framställningen är att ge en viss överblick över tankemönster som man möter i diskussionen kring undervisningen i matematik. Nu är ju de olika teoretiska perspektiven i sig *beskrivande* (deskriptiva) och inte direkt *föreskrivande* (preskriptiva). De olika teoriernas grundsatser berör frågor om vad lärande är (eller bättre kan ses vara), hur detta lärande går till och vilka egenskaper kunskapen har. Men eftersom lärande i skolsammanhang betraktas som lärande i förhållande till vissa eftersträvningsvärda mål blir det intressant att studera olika möjliga vägar fram till dessa mål. Inläringsteorierna kan för en brukare av idéerna ge olika uppslag exempelvis om sättet att strukturera det som ska läras, om metoder att presentera inlärningsstoffet, om vilken roll den lärande ska ha och om hur inlärningsarbetet ska gestaltas.

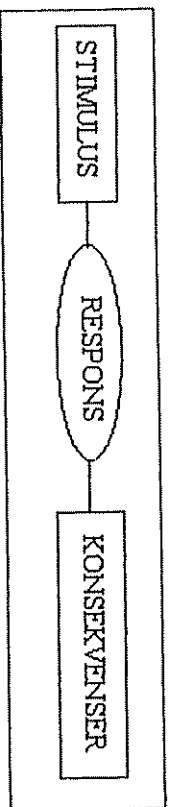
Behaviorism

Den yngsta av de psykologiska teorier som ska sammanföras är *behaviorismen*. Den var dominerande i den pedagogiska diskussionen till och med 1960-talet men har ännu idag ett märkbart inflytande på utformning av undervisning. De grundläggande idéerna berör förändringar i en individs beteende ("*behavior*"). Ett beteende är ett iakttagbart sätt att uppföra sig. Lärande innebär anpassning av beteendet till något nytt och förväntat - ett uppsatt mål. Förgrundsgestalt inom detta program är Burrhus Frederic Skinner. Här redovisade detaljer i teorin är hämtade från Skinner (1969, 1974).

Den Skinnerianska behaviorismen kan sägas ha sina föregångare i Hermann Ebbinghaus' experiment med memorering av meningslösa stavelsor, Edward Thorndikes intresse för relationen mellan omgivning och beteende, Ivan Pavlovs 'upptäckt' av den klassiska betingningen genom försök med hundar och John Watsons betoning av objektiva och mätbara data om beteendet som enda säkra källa för en teori om lärande.

S - R-teori

Det observerbara beteendet benämns inom behaviorismen respons (R). Responser föregås av händelser i miljö eller anlydningar i omgivningen ("*cues*"). Dessa kallas *stimuli* (singularis *stimulus*, S) och ger villkoren för att ett beteende ska uppstå. Men det är enligt Skinner resultatet eller konsekvenserna av beteendet som avgör om detta ska upprepas i framtiden. Den grundläggande enheten ("*unit*") för analys av ett observerbart beteende är därmed den sekvens som framgår av figur 3.1.



Figur 3.1. *Analys av ett beteende.*

Det som här i figuren kallas stimulus har i Skinners precisa terminologi benämning diskriminativt stimulus och konsekvenser kallas kontingenta stimuli.

I skolans matematikundervisnings har exempelvis lärobokens många 'övningsuppgifter' funktionen av stimuli. Eleven reagerar på dessa och 'ställer upp' ett sifferuttryck och räknar ut ett svar. Detta svar kontrolleras sedan mot ett 'facit' av något slag – kanske lärobokens facit, en nick av läraren, en jämförelse med en kamrats svar eller något annat.

Konsekvenser som av individen uppfattas som positiva, gynnsamma eller tillfredsställande (rätt svar, beröm och så vidare) verkar *förstärkande* på beteendet vilket därmed tenderar att repeteras och därför införivas i beteenderpertoiren (*operant betingning*). Beteende med ogymsamma (aversiva) konsekvenser har en benägenhet att försvinna. Summan av alla sådana erfarenheter med olika förbindelser mellan stimuli, responser och konsekvenser påverkar vad vi gör när vi möter ett mönster av stimuli vi känner igen.

Lärande ses som ett stärkande av dessa förbindelser och tänks äga rum enligt några olika processer. Genom enträgen övning eller drill uppbyggd på en serie successiva approximationer och förstärkning blir lärkarna så starka att ett uppsatt mål nås (*forming*, "shaping"). Beteendet kan observeras exempelvis genom antal rätta lösta huvudräkningsuppgifter på en viss tid. Enkla beteenden kan 'kedjas' samman till mer komplexa genom lämplig förstärkning. Perspektivet är därvid: "Först måste man kunna ..., sedan kan man bygga på med ..."

De typiska dragen i behaviorismen kan sammanfattas i dessa punkter:

- Kunskapen är given och absolut.
- Lärandet är till övervägande passivt även om den sker under programmatiska och upprepande former.

- Eleven ses som en passiv recipient.
- Lärarens roll är auktoritativ, anvisande och kontrollerande.

De mest extrema formerna av behaviorism återfinns inte längre i dagens diskussioner om skolan. Men vissa fenomen och begrepp har en behavioristisk grund eller underton. Det har exempelvis *resultatorienterat* och *målbetalerat* övande. Målen för övandet får dock inte vara så precisa som i gällande läroplaner. I en målbeskrivning är uttryck som 'känna igen', 'ha kännedom om', 'förstå' och så vidare portförbjudna eftersom dessa inte beskriver tydliga handlingar. Målen för studierna ska vara nedbrutna till avgränsade uppgifter som ska lösas eller distinkta frågor som ska besvaras. Med hjälp av standardiserade och objektiva test avgörs bäst graden av målpuppfyllelse.

Därför kan *uppgiftsanalys* sägas vara ett typiskt led i ett pedagogiskt arbete med en behavioristisk ansats. I analysen granskas dels just målsättningen, dels också vägen fram till målet genom bestämning av en lämplig sekvensering. En viktig princip är att gå framåt med 'små steg' i kombination med förstärkning insatt med jämna mellanrum. 'Kunskap om rätt resultat' motiveras ivrigt som en kraftfull förstärkningsmekanism. Talet om individualisering får särskild betydelse i detta perspektiv. En elev som arbetar i sin egen takt får förstärkning vid precis de tillfällen som behövs. Läraren kan dessutom se till att viss *sufflering* ("prompting") tonar bort genom lämpligt val av uppgifter.

Behaviorismens fokus ligger alltså hela tiden på det observerbara beteendet och hur individen anpassar sig till den omgivande miljön. Behaviorismen förklarar och beskriver lärande utan hänvisning till några som helst mentala processer. Människans själsliga förmågor ("mind") finns i en svart låda vars lock är ointressant att öppna. En kognitivist däremot gläntar gärna locket för att se 'vad som finns inne i huvudet' med syftet att kunna beskriva, förklara och förstå lärandet.

Kognitivism

Kognition är enligt uppslagsboken (NE, Nationalencyklopedin)

de tankefunktioner med vilkas hjälp information och kunskap hämtas.

Till de kognitiva funktionerna räknas varseblivning, minne, begrepps-
bildning, resonerande, problemlösning och uppmärksamhet.

Ordet kan härledas från det latinska *cognosco* med betydelsen 'lära känna med sinnen och förstånd'. I motsats till den behavioristiska psykologin, som betonar relationen mellan villkor i omgivningen (stimuli) och uppenbart beteende (responser) vid lärandet, så studerar man i den kognitiva psykologin hur individer behandlar de stimuli de möter. Studiet av processen omfattar hur individer varseblir, tolkar och mentalt lagrar den information de mottar från sin omgivning. Förändringar i ett beteende är alltså fortfarande intressanta att granska och analysera men enbart som indikatorer på vad som försiggår i den lärandes själs- och tankeliv. Kunskap ses på samma sätt inom de två inriktningarna som given och absolut. I de båda skolorna används också gärna beteckning 'inläring' med betoning på in.

Kognitivismen kan emellertid förstås som en reaktion mot behaviorismen då denna lämnar många frågor obesvarade om inläring av komplexa beteenden som exempelvis språkutövning och kommunikation. Under framför allt 1960-talet växte en 'kognitiv revolution' fram. Bland de vetenskapsmän, som uttryckte sin o tillfredsställelse med den 'tanklösa' behaviorismen, märktes Noam Chomsky, Jerome Bruner och David Ausubel. Redan under behaviorismens glansdagar lades dock en tidig grund för en kognitiv syn på lärande av bland andra Max Wertheimer inom gestaltpsykologin

och studiet av organiserande processer vid perception och problemlösning. Edward Tolman med sin diskussion om människans olika 'kognitiva kartor', William James med sin forskning om uppmärksamhet och minne samt Jean Piaget och dennes teori om intelligens utveckling.

HIP-teori

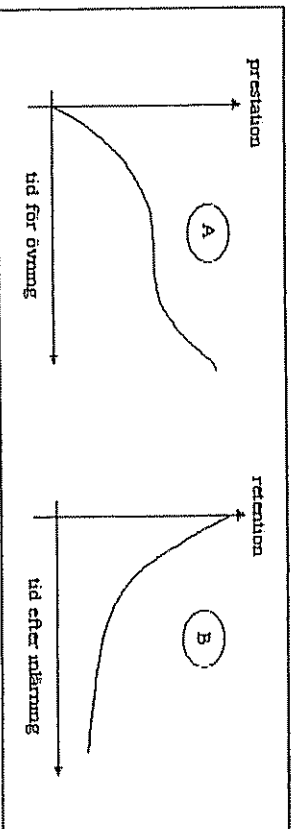
Kognitivismen har många olika förgreningar. Här koncentreras närmast på teorin om *informationsbehandling* ("Human Information Processing") och en där ständigt anlitad datormetafor. Det är ur undervisningssynpunkt av intresse att studera hur en "input-processing-output architecture" vuxit fram. Bilden av människan som informationsbehandlande system tillhandahåller ett språk för att kunna konstruera modeller av olika mänskliga sidor – exempelvis hur man löser matematiska problem. Det handlar därför kanske inte om en teori i ordets egentliga mening utan snarare om en uppsättning av sinsemellan relaterade termer och begrepp med vars hjälp man kan ställa upp olika hypoteser.

Tidig minnesforskning

Hermann Ebbinghaus skrev redan 1885 boken *Über das Gedächtnis* ("Om minnet"). Den blev så epokgörande att han kommit att kallas 'minnesforskningens fader'. Vissa resultat av hans forskning om inläring, minne och glömska står sig än idag. Mest kända är hans studier över retentionen, dvs. den styrkegrad som ett visst inlärt beteende uppvisar en viss tid efter det att inläringen avslutats. Om man mellan två olika tillfällen kan notera en retentionsförstärkning betecknas denna som glömska och låter sig avbildas i ett diagram (B i figur 3.2). Men innan man glömmet måste man ha lärt sig något och inläring kan också presenteras i diagramform (A i figur 3.2). (Se exempelvis Husén, 1957.)

'Inlärningskurvan' visar i stort ett förlopp som säger att "övningsfärdighet". Prestationen ökar raskt med övningsstunden – åmningstöne till en början. Efter en tid inträffar kanske att den lärande "kör fast" och kurvan uppvisar en plattå. Men så "lösas det" och den lärande gör nya framsteg till en ny viss gräns. Detta känns ofta igen

i matematikundervisningen. Elever lär sig kanske grundläggande räkneoperationer rent mekaniskt genom upprepad övning och drill. Presenteras nya och mer avancerade kursmoment ökar inte prestationen i förhållande till nedlagd tid. Frågor om plåtåbildningens bakomliggande mekanismer låter sig inte besvaras med dessa observationer som grund. Man kan dock börja spekulera i om exempelvis eleven är tillräckligt motiverad eller har nått tillräcklig mognadsnivå - men då har man vandrat långt in i den kognitiva kunskapsområdet.



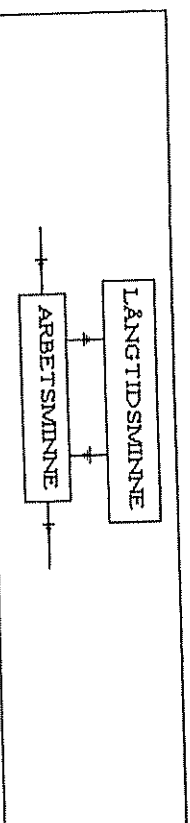
Figur 3.2. Idealiserad form av A inlärningskurva, B retentionskurva.

Retentionskurvan eller 'glömskekurvan' enligt Ebbinghaus säger bara att man glömmet med tiden. Förloppet kan vara mer eller mindre dramatisk. Kurvan i sig avslöjar inget om vilka faktorer som påverkar glömskan. Eftersom kurvan bygger på retention av meningslösa stavelser (typ DRE, YHS, AOT) kan man ju fundera över inverkan av inlärningsstoffets karaktär. En sak är dock säker erfarenhetsmässigt. Sätts repetitioner in med jämna mellanrum kan en viss prestationsnivå bibehållas. Det heter ju att "repetition är kunskapens moder".

Datormetaforen gör entré

George A. Miller bidrog långt senare med två idéer om minnet - tankar som numera är grundläggande för teorin om informationsbehandling och den kognitiva psykologin mer allmänt. Den ena idén handlar om att se datorn som inspirerande metafor för mänskligt lä-

rande (Miller, Galanter & Pribram, 1960). Den andra är uppslaget om "chunking" (Miller, 1956). Datorns uppbyggnad och funktionssätt tillåter oss att bland annat tala om *arbetsminne* (*korttidsminne*) och *långtidsminne*. Mellan arbetsminne och långtidsminne sker hela tiden en växelverkan.



Figur 3.3. Minnets strukturering.

Miller visar med stor tydlighet att arbetsminnets kapacitet är begränsad. En normalpresterande person kan hålla ungefär 7 "chunks" (bitar, stycken eller 'tuggor' av information) eller tankar samtidigt i arbetsminnet. Miller anger en spridning (standardavvikelse) på 2 tankar. En "chunk" är en meningsbärande enhet och kan referera till siffor, ord, bilder, personers ansikten och så vidare. Information kan lättare memoreras om den ordnas i mönster som ersättning för många osystematiska delar.

<p>Sifferföljden 1) 10110011011010 är inte lätt att memorera. Den innehåller 15 "chunks" bestående av 0 eller 1. Den kan dock grupperas till följden 2) 101 100 110 111 010 Denna kan tolkas som tal i det binära systemet till 5 tal ("chunks") i decimalsystemet 3) 5 4 6 7 2 Detta fungerar bara för någon som behärskar denna omvandling. Bitarna är meningsfulla.</p>	<p>Sifferföljden a) 1 1 2 3 5 8 1 3 2 1 3 4 är inte heller lätt att memorera. Gruppering ("chunking") ger b) 1 1 2 3 5 8 1 3 2 1 3 4 Dessa tal kan man eventuellt lära sig utantill. Läses följden på detta sätt c) 1 1 2 3 5 8 1 3 2 1 3 4 uppläcker man ett tal fås genom addition av de två föregående. Denna regel fungerar som en "chunk" och följden komrs ihåg.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figur 3.4. Exempel på "chunking" till meningsbärande enheter.

Kännedom om Millers modell bidrar till ökad förståelse av bland annat vilka svårigheter elever kan uppvisa i sitt räkande. Modellen utgjorde en viktig del i den teoretiska basen för PUMIP-projektet

(Kilborn, 1979) och utarbetandet av en metodisk gång för inlämning av algoritmerna för de fyra räknesätten. Kilborn visar med stor tydlighet vilken betydelse ett väl fungerande samspel mellan arbetsminne och långtidsminne har. Som exempel tas multiplikationen 87×46 som ska utföras med papper och penna. En van räknare ställer upp talen under varandra och arbetsminnet börjar med att tolka informationen 6×7 och 'frågar' sedan långtidsminnet efter svaret. Finns svaret 42 lagrat fortsätter räknandet genom att arbetsminnet skiljer på 4 och 2 och den räknande personen skriver siffrorna på olika plats i uppställningen. "Allt detta görs av den som kan multiplicera helt automatiskt. Man reflekterar väldigt lite över vad som egentligen händer" (a.a., s. 46).

Situationen är en helt annan för en elev som ska till att lära sig förfarandet eller en som inte har automatiserat vissa handlingar. Arbetsminnet får arbeta på ett annat sätt. Om en elev klarat de första ovan beskrivna stegen i algoritmen kan fortsättningen på elevens tankar kanske se ut som följer i denna fiktiva lilla berättelse.

Nu ska jag ta 6 och 8 och gångra. Vad blir det? Det blir Så ska jag också lägga till 4. Vad blir det då? Det blir Och så ska svaret skrivas ner.

Arbetsminnet ska här administrera ett antal tankar som kanske överskrider dess kapacitet. Ansträngningen medför att räknefel lätt dyker upp. Det är enkelt att hitta liknande exempel från andra delar av matematiken.

Datormetaforens utvidgning

Studierna av minnet har lett till noggrannare beskrivningar av den kognitiva arkitekturen. I arbetsminnet äger det mesta av det kognitiva handlandet rum. Där tas information från sinnen in och bearbetas eller bearbetas på olika sätt (*inkodning* eller "encoding") för att möjliggöra *lagring* i långtidsminnet ("retention") och vid behov framplöckning (*återvinande* eller "retrieval") som kunskaper och färdigheter. Exempelen ovan med multiplikationen visar också

på den övergripande idén att behandling av information i *sekvenciella* steg är en fundamental kognitiv process.

Vad är det då som behandlas eller 'processas'? I en dator kan man säga att på en nivå är det ettor och nollor som behandlas - strängar som i ena exemplet i figur 3.4. Men dessa betyder i sig inget annat än just ettor och nollor, de kan dock tilldelas och få mening på en annan högre nivå som tal skrivna i det binära talsystemet. På en lägre nivå motsvaras symbolerna av lägen eller strömmar i elektroniska kretsar. Jämförs nu "mind" med "computer" fås dessa tre distinkta men med varandra samverkande nivåer (se exempelvis Posner, 1989):

1. Den semantiska eller kunskapsnärliggande nivån.
2. Den symboliska nivån.
3. Den fysiologiska eller biologiska nivån.

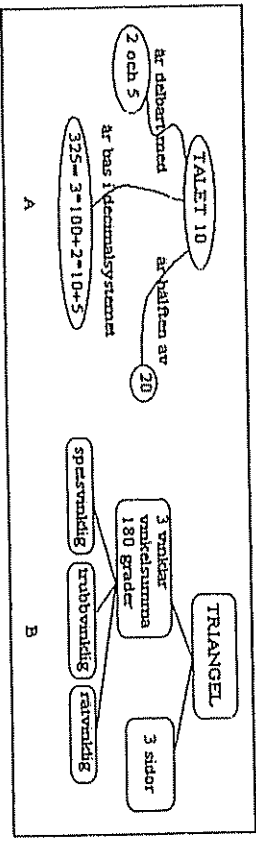
Denna 'arkitektur' tillåter och håller samman processer som försiggår samtidigt och parallellt på de tre nivåerna. Funktionen kan jämföras med den roll som ett programspråk (BASIC, Pascal osv) har.

På den symboliska nivå talar man ofta om mentala *representationer*. Dessa kan vara perceptionsbaserade som exempelvis mentala bilder eller meningsbaserade som bland annat ord och meningar (sanser) eller förekomma som olika kombinationer av visuell och verbalt. Representationer har i detta sammanhang enbart en 'inre' funktion för minne, mentala operationer, tolkningar, perception och motorik. Den kognitiva arkitekturen i sin helhet ger dock också en re-presentation ("återskapad närvaro", en bild, en modell) av 'den yttre världen'.

Representationerna ligger nu inte som isolerade fakta i en korg på lagret (långtidsminnet) ("basket of facts"; Anderson, 1984, s. 5) eller som framdukade enskilda föremål på en disk (arbetsminnet) i väntan på att tas i bruk och sättas i funktion. Representationerna tänks ingå i någon form av organiserad struktur som exempelvis *nätverk* eller *scheman*. Elever, som uppvisar bristande färdigheter i till exempel matematik, kan emellertid uppleva ämnet som just lösburna fakta i en korg.

Ett nätverk är 'platt' och mer flexibelt än det hierarkiskt ordnade schemat. När man återger nätverk och scheman i en figur, ritas nätverk som grafer med noder och länkar (pilar) och scheman som

tråd. Ett schema, som är relevant för en sekvens av händelser fördelade över tid - som exempelvis den stegvisa beräkningen enligt en algoritm - kallas i litteraturen för "script" (Schank & Abelson, 1977). 'Scripts' låter sig konkret avbildas i form av flödesdiagram.



Figur 3.5. Nätverk (A) med relationer antydda. Påbörjat schema (B).

Den lärande tillägnar sig alltså mentala representationer av händelser och företeelser i omgivningen. Den lärande är passiv i förhållande till sin tolkning av 'verkligheten' men aktiv i beslut om att tillämpa ett nytt beteende. Övandet resulterar i en gradvis anpassning till nya mentala "cues" innebärande att inlärningsstoffet får mening.

Kunskaper i matematik är mot denna bakgrund lätt att indela i exempelvis begreppslig ("conceptual") respektive procedurmässig ("procedural") kunskap (se bland andra Hiebert, 1986). Indelningen har sin motsvarighet i Ryles (1949) klassiska gruppering *vetta vada* ("knowing that") och *vetta hur* ("knowing how").

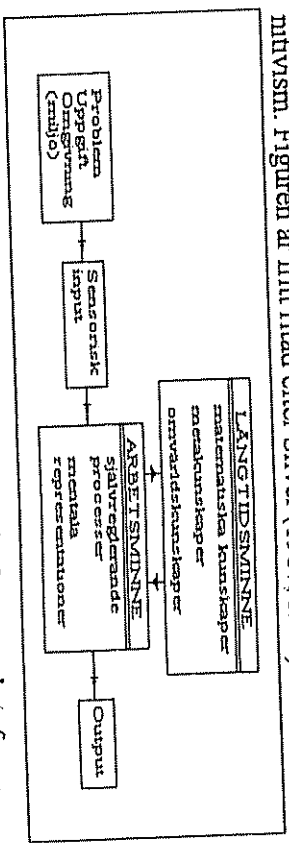
Med hjälp av informationsteorin kan människans beteende beskrivas som målriktade handlingar istället för att se det som reaktion på stimuli. Människan är självstyrande i sitt avsiktliga sätt att växelverka med den 'yttre världen'. Avsikter anges i termer av mål, uppmärksamhet och kontroll och handlingen iscensätts genom planer, färdigheter och strategier. För att framställa detta konsistent införs i diskussionen med kognitivistiska förtecken *meta-processer* av olika slag. *Meta* ingående som förled i många termer har betydelsen 'med', 'bland', 'efter', 'över'. *Metakognition* omfattar sålunda kunskap om och kontroll över den egna kognitionen - hur man tänker då man exempelvis ska lösa ett problem eller fatta ett beslut

eller förstå en text. Några frågor av sådan metakarakter är: "Vad håller jag på med?", "Vad behöver jag veta?", "Hur ska jag lösa det här?". Några grundläggande aspekter på metakognition av vikt i detta sammanhang är kunskaper om den egna personliga kompetensen, uppfattningar av matematikämnet och undervisningen, förhållande till hur man bäst lär sig och hur inlärningsprocessen verkställs. (Se förslagsvis Garner & Alexander, 1989.)

Informationsteorin har lett till utveckling av begreppet *expertis* (eng. *expertise*). En expert och en novis uppvisar inom ett visst område skilnader i olika mentala aktiviteter. Aktiviteterna präglas av olika grader och typer när det gäller snabbhet, effektivitet, smidighet och riktighet. Inom kognitivismen har det dessutom betonats att en individ uppnår den högsta nivån av intellektuellt tänkande när förbindelsen med den verkliga världen blir helt formell och då handlingar blir abstrakta begrepp som kan hanteras mentalt. (Jämför exempelvis Wood, 1992; Schoenfeld, 1987.)

Sammanfattning av HIP-varianten av kognitivism

Följande figur 3.6 får sammanfatta något av det som sagts om kognitivism. Figuren är fritt ritad efter Silver (1987, s. 37).

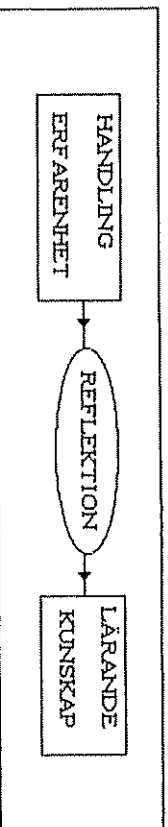


Figur 3.6. Minnets arkitektur i relation till inkommande information.

Enligt behavioristiska och kognitivistiska idéer ses alltså kunskap som given och absolut. Lärande innebär 'inlärning'. Det som finns 'därute' och får en motsvarighet 'därinne'. Konstruktivismen vänder på förhållandet och betraktar kunskap som en av individen konstruerad entitet. Nästa avsnitt behandlar detta närmare.

Konstruktivism

I en konstruktivistisk kunskapsteori ses kunskap som något människan metaforiskt uttryckt *konstruerar* utifrån sina erfarenheter (se exempelvis Siensmo, 1994). Kunskapen konstrueras i ett samspel mellan sinnesintryck och förnuft och är inte enbart uppbyggd på det ena (empiriska sinnesintryck) eller det andra (inre, rationella resonemang). Istället för 'inläring' talas det hellre om 'lärande' och 'kunskapande' (Skola för bildning, SOU 1992:94).



Figur 3.7. Konstruktivistiska idéer om lärande.

Själva processen är *rekursiv* (Kieren & Pirie, 1991). Rekursiv motsvarar ungefär beräkningsbar. Det latinska verbet *recurro* står för återkomma, återvända, skynda tillbaka. (Det andra exemplet i figur 3.4 innehåller en rekursionsformel.) Tidigare uppbyggda strukturer blir innehåll i efterföljande strukturer. Metaforen konstruktion följs för den skull ofta av andra som omstrukturering, ackommodation och begreppsbyte ("conceptual change", se exempelvis Driver, 1981). Inom konstruktivismen betraktas därför kunskapen som relativ (ingenting är absolut utan varierar med tid och plats) och draglig och felbar (fallibilistisk, inget kan tas för givet). (Se Björkqvist, 1993; Ernest, 1991, 1995; Hedrén, 1995; Engström, 1998).

Teorin om schemata förekommer alltså inom såväl konstruktivismen som HIP-teorin men har nu förfinats och utvidgats. Be-

greppet mentala modeller används ofta. Dessa exempel får visa hur olika scheman kan aktiveras hos läsaren.

Exempel 1	Exempel 2										
Vilket vanligt svenskt ord språk döljer sig bakom denna formulerings?	Vad för enar de här som finns mitt mellan?										
Verbal expansion förenas ofta med ett objektivi sett många format på planeten T idus. (Källa okänt.)	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>6</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> </tr> </table>	6	12	15	30	9		7	10		4
6	12										
15	30										
9											
7	10										
	4										

Figur 3.8. Scheman som hypotetiska mentala strukturer bestående av generiska eller abstrakta begrepp.

Ett schema återspeglar prototypiska egenskaper hos de erfarenheter man gjort och de olika exempel man tidigare mött. Metaforer och analogier fungerar exempelvis som hjälpscheman eller modeller i många situationer då något ska 'förklaras'. En mental modell är bildad och samtidigt begränsad av individens underliggande begrepliga strukturer. I mentala modeller ingår även uppfattningar av exempelvis vad som efterfrågas i en uppgift och hur denna ska lösas (jämför Schoenfeld, 1987, 1991).

Termen konstruktivism är ett 'paraply' för ett brett spektrum av olika teoretiska positioner. De inriktningar med intresset riktat mot lärande och undervisning har dock alla sina rötter i tankar och idéer från John Dewey, Jean Piaget, Jerome Bruner eller Lev Vygotsky.

Några pionjärer

Dewey (1933) menar att ny kunskap uppstår bara i en situation i vilken den lärande får användning av och utlopp för tidigare erfarenheter relevanta för sammanhanget. Dessa situationer inträffar i en *social kontext* som ett klassrum. Piaget hävdar i sin genetiska epistemologi att kunskap *utvecklas* stegvis hos människan. Piaget formulerar 1937 också något som har blivit konstruktivismens credo: "Intelligence organizes the world by organizing itself" (Piaget citerad i von Glasersfeld, 1987, s. 5). *Kognitiva strukturer* är ett centralt begrepp i Piagets teori. Strukturerna ändras (organiserats) genom två former av *adaptation*: assimilation (tolkning av händelser

och företeelser i termer av existerande kognitiva strukturer) och ackommodation (nyordnande av den kognitiva strukturen i syfte att göra omgivningen begriplig). Förändringarna uppstår som svar på interaktionen mellan individ och miljö. Med Piagets terminologi kommer varje assimilation att innebära ett element av ackommodation (Wood, 1992; Arfvedson, 1992).

Bruners ansats är densamma som Piagets. Kognitiva strukturer som exempelvis scheman och mentala modeller ger *mening* och sammanhang åt handlingar, erfarenheter och upplevelser och tillåter individen att "go beyond the information given" (Bruner, 1973). I sin teori för undervisning betonar Bruner framför allt att undervisningen ska anpassas till elevernas villighet, kunnskap och sätt att uppleva världen ("readiness"). Han lanserar också idén att stoffet för inläring ordnas efter "spiralprincipen", dvs. moment återkommer periodvis i inläringssången och består sett ur den lärandes perspektiv dels av repetition, dels av fördjupning (Bruner, 1966). I sin senare forskning återkommer Bruner till det sociala samspelsroll för utveckling av språkliga och kommunikativa färdigheter (Bruner, 1996).

Vygotsky lägger huvudvikten vid interaktionen med den sociala omgivningen för den kognitiva utvecklingen där Piaget betonar samspelen med den fysiska miljön. Interaktionen mellan det sociala (yttre) och individuella (inre) planet förmedlas ("medieras") av 'verktyg' som kan vara abstrakta (begreppsiga, psykologiska) och konkreta (materiella). Språket som medierande verktyg intar en särskild ställning (Wertsch, 1991). Vygotskys teori och de analytiska begrepp han använder ska behandlas närmare under rubriken socio-kulturell teori.

Alla fyra teoretikerna ser lärande som en aktiv process i vilken *mening* skapas på basis av erfarenhet. Mening nås genom reflektion och upplösning av kognitiva spänningar. Det finns nu anledning att återvända till figur 3.4. Hur får strängarna av symboler mening? Den kan ses skapad genom en 'mekanism i huvudet' – "jag kan tänka ut något som stämmer för mig". Processen bringar *koherens* (samsämnlighet, sammanhang) mellan ett fragmentiserat, ofullständigt förstående och olika kognitiva mönster. Detta illustreras även i exempel 1, figur 3.8. Hur får följden av 'fina' ord någon be-

greplig innebörd? Kanske något enstaka ord som Tellus verkar som ledtråd ('cue') ger uppslag till en tolkning. Meningen frambringas i detta fall 'intrapersonellt'.

Men man kan också konstruera en modell eller tolkning som står i samklang med olika personers eller kulturellt ärvda mönster – exempelvis kännedom om det binära talssystemets uppbyggnad. Meningen eller förståelsen framstår som 'interpersonell' och bygger på *konsensus*. Här spåras alltså två olika inriktningar av konstruktivismen: en som är kognitivt orienterad (*individuell* konstruktivism) och en som är socialt orienterad (*social* konstruktivism). Den kognitiva individcenterade varianten låter sig kanske bäst beskrivas i enlighet med von Glasersfeld (1990, 1995) som *radikal* konstruktivism. Hans vinkling är radikal i betydelsen att verkligheten kan man inte veta något om. Som individ kan man aldrig veta om det som man uppfattar som verkligt är något annat än ens egen konstruktion.

Radikal konstruktivism

Den radikala konstruktivismens grundläggande positioner sammanfattar von Glasersfeld (1990) i dessa punkter:

1. Knowledge is not passively received either through the senses or by way of communication. Knowledge is actively built up by the cognizing subject.
2. a. The function of cognition is adaptive, in the biological sense of the term, tending towards fit or viability; b. Cognition serves the subject's organization of the experiential world, not the discovery of an ontological reality (a.a., s. 22-23).

Inom den radikala konstruktivismen förnekas alltså inte en 'ontologisk verklighet' (den faktiska världen som den existerar) men gör gällande att vår kunskap nödvändigtvis inte har något med den att skaffa. Kunskapen behöver därför inte vara 'sann' i någon bemärkelse men väl passa ("fit") våra kognitiva erfarenheter eller med andra ord vara *begriplig*. Kunskapen avbildar (representerar) inte någon yttre värld utan konstruerar den. Confrey (1990) beskriver detta:

We construct our understanding through our experiences and the character of our experience is influenced profoundly by our cognitive lens. (a.a, s. 108).

I detta perspektiv är begreppet "fit" det intressanta och inte "match" – det vill säga om strukturen 'där inne' stämmer överens med den 'där ute'. Detta avviker som synes markant från den kognitivistiska idén om re-presentation.

Vi konstruerar alltså – enligt den radikala konstruktivismen – vår egen kunskap från våra erfarenheter. I skolsammanhang görs dessa erfarenheter i aktiviteter som läraren iscensätter. Om en elev modifierar sina idéer eller inte beror på i vilken utsträckning livskraften ("viability") hos existerande begreppsliga strukturer utmanas i mötet med nya iakttagelser och upplevelser. Ett tankemönster eller betraktelsesätt kan anpassas (adapteras) eller bibehållas. Elevens tolkning och meningsskapande är det avgörande.

Vill jag som lärare följa idéer från den radikala konstruktivistiska tankeströmningen i min undervisning ska jag se mig själv i första hand som handledare ("coach") och 'förlikningsman'. Jag ska anordna inlärningsutmaningar eller problemsituationer som först aktiverar elevernas tidigare kunskaper och sedan får eleverna att tänka vidare själva. Det är viktigt att eleverna får experimentera abstrakt genom "minds-on" före konkret genom "hands-on". *Tankeexperimentet* (tänka efter före) är centralt (jämför exempelvis Andersson, 1989). Exempel 2 i figur 3.6 löses genom en tankeaktivitet som utmärks av hypotesprövande och deduktivt resonemang. "Vad händer om ...?" kan vara en öppnande fråga av induktivt och dynamiskt slag. Figur 3.9 visar på andra liknande frågor.

Frågor med dynamisk karaktär:	Frågor med statisk karaktär:
Vad händer här?	Vad är det för typ av objekt (ex. 1a)?
Vad händer om detta villkor ändras?	Vad är det för operation som krävs?
Hur inverkar detta på resultatet?	Hur utförs algoritmen?
Vad för antärfår detta?	Vad för gör man så här?
Vad bestämmer villkoret?	Vad är syftet?
Hur kan man göra detta på ett enklare och snabbare sätt?	Hur sköjer sig detta sätt från andra?

Figur 3.9. Exempel på frågor som underlättar elevernas kunskapsbyggande.

Direkt konfrontation med andra elevers olika uppfattningar eller med vanliga visseledande uppfattningar kan vara en metod att få en elev att reflektera. Piaget (1932) kallar detta för att låta eleven eller barnet utsättas för en *kognitiv konflikt*. Ett annat sätt att hjälpa eleverna i sin kunskapsuppbyggnad kan vara att låta eleverna arbeta med översikter och sammanfattningar kanske i form av tankekartor ("mind maps").

Uppgifternas karaktär (form) bör man fästa avseende vid. Figur 3.10 visar på hur olika matematiska uppgifter verkar olika utmanande på kunnandet. En kognitiv struktur organiserar innehållet och kan uttryckas (exemplifieras) genom siffervärden (jämför även Tharp & Gallimore, 1988).

ENKEL INSTRUKTION: Fyll i det som saknas $5/30 = \dots = \dots$ bråkforn decimalform procentform
ENKEL FRÅGA: Hur mycket är 5 kr av 30 kr uttryckt i procent?
KOGNITIVT STRUKTURERANDE FÖRKLARING: En procentuell ändring räknas i förhållande till ursprungsvärdet. En varvas pris sänks från 30 kr till 25 kr. Hur stor är rabatten uttryckt i procent?
KOGNITIVT STRUKTURERANDE PROBLEM: Procentuella jämförelser är alltid relevanta. En vara kostar i en affär 25 kr och i en annan 30 kr. Utred den procentuella skillnaden.

Figur 3.10. Exempel på matematiska uppgifters rekursiva karaktär.

Mening, sammanhang och begriplighet skapas av individen på ett fritt och för individen 'rationellt' sätt. Eleverna "construct their own idiosyncratic understanding of concepts" (Trowbridge & Wanderssee, 1994, s. 460). Med denna utgångspunkt är det svårt att förstå hur någon 'samsyn' på fenomenen och företeelser egentligen kan uppstå. Upphöjs dock denna möjlighet till en övergripande position kommer resonemanget in på en annan konstruktivistisk ansats nämligen *social konstruktivism*. Fakta blir fakta därför att kunskap är något som är avtalat inom en gemenskap.

Social konstruktivism

Centralt i olika former av konstruktivism är synen på lärande. Von Glasersfeld (1995) gör gällande:

From the constructivist perspective, learning is not stimulus-response phenomenon. It requires self-regulation and the building of conceptual structures through reflection and abstraction (a.a., s. 14).

I lärandet betonas processen före produkten. Mångfald är likaledes ett överskuggande begrepp inom konstruktivismen. Det finns många sätt att tolka, uppfatta och beskriva fenomenen i sin omgivning på. Ska en elev i skolan själv välja ett perspektiv som passar bör mångfalden släppas loss'. Att se på ett problem från olika håll, att tillsammans med andra tilldelas något en mening och att förhandla om en lösningsmetod kan underlätta kunskapsbyggandet. Detta förutsätter att von Glasersfelds tidigare redovisade teoretiska punkter ovan utökas med en tredje hypotes som säger att gemensamma ståndpunkter mellan individer i form av ett gemensamt kunnande kan etableras (jämför Ernest, 1997). Vi får en *social* form av konstruktivism. 'Social' kan härledas till det latinska *sociare*, att förena, slå samman och *socius*, kamrat, sällskap.

Inom den sociala konstruktivismen länkas alltså två positioner samman (jämför Björkqvist 1993; Papert, 1993): i) Människan får inte idéer, hon förfärdigar dem. ii) Människan konstruerar ny kunskap när hon är aktivt engagerad i något som är meningsfullt för henne själv eller för andra omkring henne. 'Världen' konstrueras alltså socialt, men kunskapen avkrävs fortfarande inte att ge någon 'sann bild' av verkligheten.

Klassrummet kan vara en sådan plats där elever kollektivt konstruerar och utvidgar sin kunskap ("a knowledgebuilding-community", Scardamalia & Bereiter, 1991.) En underliggande metafor är 'personer i samtal' ("persons in conversation", Ernest, 1995, 1997; jämför även Sfard m.fl., 1998; Pask, 1976). Detta innebär att språket tilldelas en framträdande plats. Genom meningsutbyten underhandlar eleverna om nya synpunkter som leder till att delade (gemensamma) meningar utvecklas. Det ska inte vara inte fråga om

något köpsläende utan ett utspel av möjliga ståndpunkter som ska övervägas och granskas (jämför Jaworski, 1994). Eleverna ställer olika föreställningar bredvid varandra och jämför dem. Vad eleven vet har förhandlats och prövats tillsammans med andra.

Eftersom processen i lärandet starkt betonas i detta teoretiska perspektiv föreligger en tendens att framhålla steg eller stadier i undervisningssituationen. Den traditionella klassrumsmetadören ska istället retoriskt bytas ut mot 'inlärningsstillfälle' och 'inlärningsmiljö'. Wilson (1995) anger generellt att en inlärningsmiljö i konstruktivistisk anda är

a place where learners may work together and support each other as they use a variety of tools and information resources in their pursuit of learning goals and problem-solving activities (a.a., s. 27).

Samtalsformen må variera från lärarens enskilda handledning av en elev till diskussion i helklass. Strukturen på samtalet ska möjliggöra ett reflekterande över och ett reorganiserande av exempelvis matematiska begrepp och deras mening (Jaworski, 1994; Cobb, 1994).

Beträffande innehållet i lärandet ska detta vara relevant för eleverna. Tas deras egna frågeställningar till utgångspunkt före skolans för gemensamma samtal ökar möjligheterna till goda inlärningsresultat. Dryftas dessutom problemen i den kontext (det sammanhang) där de dyker upp blir inläringen effektivare. Uppgifter-na bör alltså vara autentiska. Lärarens uppgift blir att beakta 'centrala moment' ändå behandlas och tillgodogörs på ett tillfredsställande sätt (jämför Björkqvist, 1993).

Konsekvenser för undervisning

Ernest (1995) föreslår följande konsekvenser av sammantagna radikala och sociala konstruktivistiska idéer för undervisningen:

- känslighet för och tillmötesgående mot den lärandes tidigare kognitiva konstruktioner
- diagnostisk undervisning med försök att rätta till fel och missuppfattningar

- uppmärksamhet på den lärandes metakognition och strategiska själv-reglering
- bruket av mångsidig representation av matematiska begrepp
- medvetenhet om vikten av mål för den lärande och uppdelningen av mål mellan elev och lärare
- medvetenhet om vikten av sociala kontexter, t ex skillnaden mellan matematik i och utanför skolan (a.a, s. 485, fri översättning)

Som synes innehåller listan ovan många rent kognitivistiska drag vilket nog är typiskt för konstruktivismen som den tolkas i dagens svenska skola.

Mycket av det som sagts i detta avsnitt kommer senare att återigen betöras i det sociokulturella perspektivet på kunskap och lärande enligt Vygotskys ansats. En motivering till en tydlig åskilnad här – åtminstone dispositionsmässigt – är att i den sociala konstruktivismen upprätthålls en begreppslig dikotomi mellan individens konstruktiva aktivitet å en sidan och sociala processer på den andra. Inom konstruktivismen är ju frågan om kognitiv "self-organization" (Cobb, 1994) central vilket bidrar till att göra inriktningen 'mentalistisk'. Det sociokulturella perspektivet framhåver däremot det ömsesidiga beroendet mellan sociala och individuella processer samtidigt som tolkningshorisonten vidgas mot det kulturella och historiska. Klassrummet är ingen isolerad box med en egen specifk inlärningsmiljö. Det är en naturlig del av större sociokulturell gemenskap.

Sociokulturell teori

I vår framställning här ses den sociokulturella teorin omfatta idéer framförda av Vygotsky med flera ryska analytiker och vidareutvecklade under senare tid av forskare som verkar i en Vygotskiansk anda (se exempelvis Wertsch, 1991; Säljö, 1992, 1996). Gränsdragningen mot andra aktuella perspektiv (t.ex. situerad kognition, social konstruktivism) blir tyvärr ofta diffusa.

Sociokulturella eller kulturhistoriska ansatser understryker att människans tänkande påverkas av och påverkar det sammanhang eller den miljö i rum och tid hon befinner sig i. Människan som individ reagerar dock inte direkt på omgivningen – medfödda reflexer undantagna. Sambandet mellan människan som agent och objekt i miljön *medieras* av kulturella hjälpmedel, verktyg eller redskap. Lev Vygotsky introducerar tillsammans med sina kollegor Alexander Luria och Alexei Leont'ev på 1920-talet begreppet *ariefakt-medierat och objektorienterat handlande* ("artifac-mediated and object-oriented action", Vygotsky 1978, s. 40) som ett grundelement i en teori. Teorin förgrenar sig emellertid i en aktivitetsteoretisk riktning med Leont'ev och en sociokulturell med Vygotsky som arkitekter. Här ska närmast Vygotskys idéer följas.

Vygotskys teori är en teori om kognitiv utveckling med stark betoning på dynamiken i ömsesidigheten mellan det sociala och det individuella. Han upphåver därmed en Cartesiansk tudelning i 'ett yttre' och 'ett inre'. Vygotsky beskriver utvecklingen i termer av *transformation av aktiviteter kännetecknade av social delaktighet till internaliserade processer*. Den fortsatta framställningen här bygger i huvudsak på tankegodts från Wertsch (1985, 1991).

Utveckling har sociala källor

Den individuella utvecklingen har sina *sociala källor*. All intellektuell utveckling inkluderande minne, uppmärksamhet, perception, tänkande, medvetenhet osv. har sitt upphov i det interpersonella (sociala). Wertsch (1985) skriver att för Vygotsky gäller:

The social dimension of consciousness is primary in time and fact. The individual dimension is derivative and secondary (a.a., s. 58.).

En växande person fungerar efter hand självständigt på det vis hon/han tidigare gjort i samverkan med andra. Vygotskys välkända "genetic law of development" förtjänar att repeteras:

Every function in the child's cultural development appears twice: first, on the social level, and later, on the individual level; first, between people (interpsychological), and then inside the child (intrapsychological) (Vygotsky, 1978, s. 57).

Från den observerande Vygotskys sida beskrivs processen som *internalisering*. Leontjev citeras i Wertsch (1985):

Thus, the process of internalization is not the *transferal* of an external activity to a preexisting, internal "plane of consciousness"; it is the process in which this internal plane is *formed* (a.a., s. 64, kursivering i original).

Det sociala växelspelet betonas inte enbart för att individen konstruerar sina tankar och begrepp genom detta, utan för att det är i interaktionen som de psykologiska fenomenen existerar (Evans & Tsatsaroni, 1994; Lemman, 1996). Det sociokulturella perspektivet erbjuder härmed en helt annan syn på världen och människan än det strikt mentalistiska representerat i olika former av konstruktivism (Harré & Gillett, 1994). Fokus ligger inte längre på 'människan och världen' som två olika 'system' utan på 'människan i världen' som en helhet. Överdrevet förenklat kan vi som människor ses på både producent och produkt av 'verkligheten'. Vi har gemensamt skapat den verklighet som vi är en del av och som skapar oss själva (Berger &

Luckmann, 1966; Gergen, 1994). Omvärlden skapar oss, vi skapar omvärlden.

Medierande artefakter

För att klara sig i världen har människan över tid skapat *kulturella artefakter* (produkter och verktyg) av olika slag. Det kan vara allt från en hammare och en skifnyckel över en dator till ett språk eller en vetenskap. Dessa artefakter avspeglar människans väg från en icke-kunnande till en kunnande varelse. Att skapa och att använda verktyg är utmärkande för människans sätt att 'komma i kontakt' och 'samspela' med den fysiska världen och med andra människor. Dessa verktyg överförs - med kulturella variationer - som kunskap från en generation till en annan genom inläring och undervisning. Verktrogen är 'bärare' av sociokulturella mönster och kunskap. För att föra det arvet vidare krävs i sin tur också verktyg.

Två olika slag av verktyg kan urskiljas, dels de påtagligt fysiska och mekaniska, dels de semiotiska (teckenbaserade). De semiotiska verktygen inkluderande de psykologiska fungerar som *medierande redskap* å ena sidan mellan individ (det inre) och miljö (det yttre) och å andra sidan när högre psykologiska processer utvecklas inom en individ (Vygotsky, 1986; Wertsch, 1985, 1991). Vygotsky använder alltså begreppet semiotisk mediering för att förklara kvalitativa transformationer i det mänskliga själslivet historiskt, ontogentiskt och mikrogenetiskt. Begreppet får därmed internaliseringsprocessen att framstå snarare som omformande och förtättande än som överförande. Men Vygotsky (1978) talar också om verktyg som är "extracortical organizers of thought" och tänker på 'yttre', som är "materialiserade verktyg. Kulramen och miniräknaren är exempel på sådana verktyg som 'förstärker' säkerheten, noggrannheten och snabbheten vid beräkningar. Minnet avlastas sin informationsbevarande uppgift. Den engelske filosofen och matematikern Alfred North Whitehead (1948) skriver apropå detta:

By relieving the brain of all unnecessary work, a good notation sets it free to concentrate on more advanced problems, and in effect increases the mental power (a.a., s. 39).

Om språkets betydelse

Man kan räkna upp många exempel på mediterande semiotiska redskap: Symbolsystem av olika slag inkluderande aritmetik och algebra, diagram och kartor, kalendern och jordgloben men framför allt *språket*. Utan språket skulle det förmodligen inte finnas några andra symbolsystem. Språket är "the tool of tools". Det fungerar som medel för kommunikation mellan människor och som verktyg för det egna tänkandet (Vygotzky, 1986). Ordet kommunikation kommer från det latinska *communicare* med betydelsen göra gemensam. Vi kan språkliggöra våra tankar och dela dessa tankar med andra (jämför Rommetveit, 1972). Språket tar sig uttryck i tal eller skrift. Talet fungerar här och nu, medan skriftspråket tillåter vändning över både tids- och rumsgränser. Språket binder därmed samman människor oberoende av avstånd och tid och möjliggör kommunikation mellan generationer.

Språket utgör tankens verktyg och bär det kulturella arvet inom det samhälle eller den grupp människan tillhör. Lacan citeras i Lerman (1996, s. 138): "It is the world of words which creates the world of things." Goodman (1978) menar också att det är genom beskrivning ("ways of worldmaking") och inte genom kognition som vi varseblir världen. Därmed har en avgörande skillnad mellan social konstruktivism och sociokulturell teori spårats. Inom konstruktivismen sägs att människans kunskap inte är *om* världen utan snarare 'konstitutiv' för världen. I det sociokulturella perspektivet görs tillägget att språket återspeglar inte verkligheten utan kunskapen är 'konstituerad' i diskursiva praktiker. Språket, dess begrepp och dess systematiska diskurser, ses som mekanismer för att mediera verkligheten i betydelsen som sätt att ge perspektiv på omvärlden.

Ord är tänkandets verktyg, säger alltså Vygotzky. Ordbetydelser blir skärningspunkten mellan tänkande och språk. Men då är

det viktigt att upprätthålla skillnaden mellan term och begrepp. Samtal i en vetenskaplig kontext avviker starkt från vardagliga sätt att uttrycka sig och resonera trots att många termer kanske är gemensamma (se Säljö & Wynndham, under utgivning). Från fysiken kan exemplen kraft och arbete hämtas och från matematiken potens och rot.

Spontana och vetenskapliga begrepp

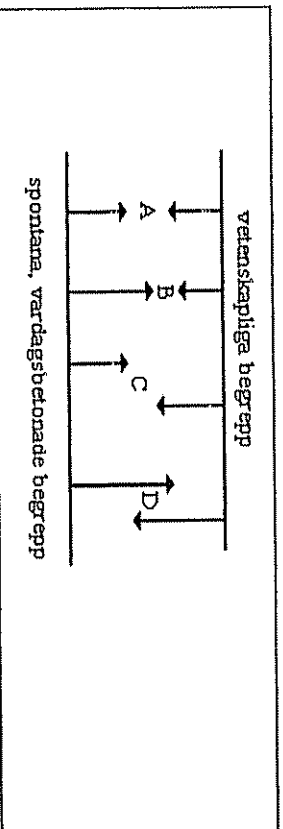
Olika sätt att tala om världen medför till följd därav i sociokulturell teori olika sätt att se på världen. Inläring innebär mot denna bakgrund bland annat att tillägna sig begrepp och resonemang som utmärker till exempel olika skolämnen. På denna punkt sammanfaller det sociokulturella perspektivet med det konstruktivistiska. Vygotzky (1986) har en i sammanhanget väl utvecklad teori angående *spontana* och *vetenskapliga* begrepp. Spontana begrepp ingår i en vardaglig diskurs medan vetenskapliga (akademiska) begrepp ingår i skolade kontexter. Denna tudelning är vanlig och förekommer i andra sammanhang under namn som informellt och formellt tal, vardagslivets språk och läroboksspråk, spontana och icke-spontana begrepp.

De spontana begreppen utvecklas genom sociala "face-to-face" möten och upplevelser i naturliga, konkreta och vardagliga situationer. Vygotzky menar att dessa begrepp är omedvetna begrepp därför att de är osystematiska. Begreppen startar i det konkreta och går vidare "uppåt" på induktiv väg mot det abstrakta och generella. De skolade begreppen eller fäckbegreppen är systematiska och omnämns som medvetna. Utvecklingsgången för ett skolat begrepp är "nedåt" och följer en deduktiv väg.

The development of a scientific concept ... usually begins with its verbal definition and its use in nonspontaneous operations - with working on the concept itself (Vygotzky, 1986, s. 192, kursivering i original).

I Vygotzky's beskrivning rör sig de båda typerna av begrepp vertikalt mot varandra under ömsesidig påverkan.

In working its slow way upward, an everyday concept clears a path for the scientific concept and its downward development (a.a., s. 194).



Figur 3.11. Olika tänkbara 'möten' mellan två begreppsuppsättningar.

Figuren ovan antyder på ett förenklat sätt olika möjligheter för mötet mellan två olika diskurser. I fallen A och B finns förutsättningar för lyckade möten. Mötena sker dock på olika nivåer. I fall C krävs en omorientering innan ett möte kan ske. I fall D talar representanter för de olika diskurserna helt förbi varandra.

Figuren ska inte övertolkas. Kompetens är inte något som mäts på en endimensionell vertikal skala. En kompetens utgörs inte av en enstaka färdighet eller kvalifikation utan är mestadels rikt nyanserad. Varje delaspekt kan ligga på olika kognitiva nivåer. Utveckling av kompetens som aspekt på inläring sker inte heller så enkelt som figuren visar, men den aktualiserar att avståndet mellan 'förelserna' inte får vara för stort om resultatet ska bli lyckat. Vygotsky har även ett begrepp för detta: zonen för proximal utveckling.

Zonen för proximal utveckling

Goda möten mellan spontana och vetenskapliga begrepp kan ske i zonen för proximal (närmaste) utveckling (Vygotsky, 1978, s. 86). Det är en generell beteckning på den klyfta som finns mellan vad en person kan göra på egen hand å ena sidan, och vad hon eller han kan åstadkomma i samspel med någon som har mer kunskaper och färdigheter å den andra. Vygotsky säger att det, som ligger inom den närmaste utvecklingszonen idag, kan eleven med lämplig hjälp av andra utföra ensam i morgon (a.a., s. 87).

I den närmaste utvecklingszonen ligger alltså elevens lärandepotential när det gäller nya färdigheter, tankemönster, sätt att resonera osv. När dessa nya kompetenser internaliserats, kommer eleven att på egen hand kunna lösa dessa uppgifter. På detta sätt blir eleven också delaktig i en kultur som den vuxne, läraren eller kamraten representerar. Det är i den närmaste utvecklingszonen som utvecklingen från det sociala (interpersonella) till det individuella (intrapersonella) sker.

Den närmaste utvecklingszonen ska ses som ett dynamiskt begrepp. I varje verksamhet som vi engagerar oss i, befinner vi oss i olika "zoner". I samarbetsituationer uppenbaras olika personers utvecklingszoner och dessa förändras och omdefinieras allt efter hur interaktionen utvecklar sig. Bruner, som mycket tidigt kom i kontakt med Vygotskys tankar, gav den närmaste utvecklingszonen ett praktisk-pedagogiskt uttryck och innehåll genom den uttrycksfulla metaforen "scaffolding" (Wood, Bruner & Ross, 1976; Bruner, 1983). Verbet *scaffold* betyder stötta under, stödja, resa ställning vid (kring). I detta sammanhang beskrivs scaffolding som en process

that enables a child or novice to solve a problem, carry out a task or achieve a goal which would be beyond his unassisted efforts (Wood m.fl., 1976, s. 90).

Det kan tänkas finnas olika grader av 'stötning'. En kamrat ger inte samma systematiska och genomtänkta stötning som en lärare eller vuxen. Detta gäller särskilt fallet då den nya kunskapen ligger på en högre teoretisk och abstrakt nivå. Stötandet i förhållande till ett visst moment ska också ses som en tillfällig och dynamisk, dialogorienterad procedur som ska minska eller avta i intensitet. Andra tänkbara stöttor är läroböcker och andra texter som läraren ger eleverna, instruktioner och rutiner som diskuteras och laborativt material som används i åskådningssyfte.

Eftersom det i det sociokulturella perspektivet inte är kunskap som internaliseras direkt utan bruket av psykologiska verktyg, så används ofta i Vygotskiansk terminologi uttrycket *appropriering* för att beskriva processen just som ett 'övertagande' eller ett 'tilläg-

nande'. Termen återfinns först hos Leont'ev som enligt Newman, Griffith & Cole (1989) säger att en lärande

cannot and need not reinvent the artifacts that have taken millennia to evolve in order to appropriate such objects into their own system of activity. The child has only come to an understanding that is adequate for using the culturally elaborated object in the novel life circumstances he encounters (a.a, s. 63).

'Ta över' är nu inte liktydigt med 'ta efter', 'kopiera'. Vygotsky använder termen 'imitera' med den djupare innebörden, att en person kan ta över bara det som ligger innanför den närmaste utvecklingszonen. Det nya riskerar annars att bli tomt långods isolerat från övriga element i kompetensbilden. Barn och elever är därför snarare ute på hermeneutiska och forskande uppdrag när de under stöttning bygger upp sin kunskap.

Approprieringen blir enligt Vygotsky dessutom mycket effektivare om den äger rum i den miljö eller det sammanhang där frågeställningarna dyker upp.

Implikationer för undervisningen

I en undervisning 'designad' enligt sociokulturell teori beaktas Vygotskys idéer om

- lärande som en social och samarbetsbetonad aktivitet
 - zonen för proximal utveckling
 - betydelsen av problemlösning i vardagliga situationer
 - hänsynstagande till elevers erfarenheter utanför skolan
 - verbal mediering.
- Scaffolding eller stöttning innebär inte något statiskt. Lärande och undervisande är båda dynamiska förlopp som – i det sociokulturella perspektivet – beskrivs påverka varandra ömsesidigt. En lärare kan iscensätta en planmässig stöttning exempelvis genom följande faser (se vidare förslagsvis Tharp & Gallimore, 1988; Stensmo, 1994; Säljö & Wyrndham, under utgivning):
- bestämning av elevens vardagsbegrepp

- fastställande av vilka skolade begrepp som ska utgöra inlärningsmål
 - utförande från elevernas sida av målinriktade handlingar i kombination med reflektion över gjorda framsteg
 - anordnande av tillfällen för tillämpning och praktik i helst autentiska situationer
 - utvärdering för fortsatt undervisning.
- Läraren ska vara planerare, vägvisare, 'stöttare', 'underlättnare', deltagare och utvärderare i en och samma person (jämeför Moll & Whitmore, 1993).

Vi vill med enkelt exempel visa hur man kan realisera Vygotskys tankar om hur två språk – ett vardagligt och ett matematiskt – kan mötas. I en kommunikativ kompetens bör ingå ett kunnande som differentierar mellan ett språks form och funktion och som avpassar diskurs efter social situation. Beträffande det matematiska språket gäller kompetensen framför allt att kunna inse skillnaden mellan men också nödvändigheten av två olika former av kommunikation: en *kontextreducerad* och en *kontextinbäddad* (uttrycken efter Cummins, 1981). Den förra är den typ av språk som krävs och används i formella matematiska sammanhang och den senare är den typ av språk som brukas och ofta räcker i vardagliga sammanhang.

UPPGIFT 1	UPPGIFT 2
Du har en hundralapp och två "setnor". Du handlar för 110 kronor. Hur mycket har du sedan kvar?	Beräkna differensen av 140 och 110.
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">100</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">20</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">20</div> </div>	

Figur 3.12. Uppgift 1 inbjuder till en annan diskussion än uppgift 2. Man hamnar lätt i två olika diskurser.

I uppgift 1 ovan kanske man diskuterar i termer av 'växla en tjugokronorssedel i två tiokronorsmynt' och sedan 'betala med hundra-

lappen och ett tiokronorsmynt'. Efter detta återstår $20 \text{ kr} + 10 \text{ kr} = 30 \text{ kr}$. I uppgift 2 signalerar ordet 'differens' att det är fråga om en subtraktion. Ett sätt att få de två diskurserna i figur 3.12 att mötas (jämför med figur 3.11) eller länkas samman är att i båda uppgifterna - som lärartargongen säger - 'först teckna' vilken beräkning som ska göras så enkelt och tydligt som möjligt. Den beräknings-tekniska diskussionen skjuts alltså åt sidan för ett ögonblick. I detta fall fås $140 - 110$ alternativt $110 + x = 140$. Detta aritmetiska uttryck utgör den gemensamma och egentliga matematiska kärnan för de två uppgifterna. Uttrycket kan därmed synliggöra passagen över en diskursiv gräns - den mellan ett vardagsbetonat resonemang och ett strikt matematiskt.

En sammanfattande översiktlig jämförelse

I de tidigare avsnitten har olika teorier med bäring på inlärande och undervisning i matematik presenterats. En teori kan uppfattas som en diskurs, det vill säga utgöra en samling av relaterade allmänna påståenden i avsikt att beskriva och förklara vissa fakta (se exempelvis Wallén, 1993, för en detaljerad framsättning).

En teori har flera funktioner. Den ska leda till upptäckten av nya fakta, summera och samordna separata fakta och förklara nya observationer. En teori hjälper oss att välja ut viktiga element i situationer och därmed också bortse från andra. Med en teori följer vissa värderingar och övertygelser beträffande vilka frågor som är centrala, vilka metoder som är lämpade för att svara dessa frågor osv.

Teorier är inte samma eller falska utan kan värderas efter hur pass bra de fungerar för vissa syften. En bra teori ska beskriva världen på ett noggrant, förståeligt och konsekvent sätt. Teorin bör vila på en grund av få oprövade antaganden och kunna besvara frågor av typen "Vad händer om ...?". En teori ska alltså kunna testas.

Sammantaget gör detta att vi tar till oss olika teorier olika lätt. I naturvetenskapliga ämnen är det lättare att nå samförstånd om olika beskrivningar av världen än i samhälls- och humanvetenskapliga eftersom man inom naturvetenskapen är ense om bland annat grunddragen i materiens uppbyggnad. Föreligger flera olika utgångspunkter som exempelvis nå gälla relationen mellan omvärld och människa eller mellan kropp och själ eller mellan tanke och språk så existerar som följd flera olika parallella teorier. Det omvända gäller också i och med att olika filosofiska 'ismer' har och får inflytande på vårt sätt att tänka och handla.

I en enkel översikt visas här hur olika grundläggande antaganden om kunskap kan påverka den dagliga praktiken i skolan. Gränserna mellan olika skolor har inte markerats särskilt även om de naturligtvis kan spåras. Den tidigare framställningen har visat att gränserna är flytande och utsuddade i och med de från huvudstammarna många olika förgreningarna går i varandra.

<i>Om man ser kunskap som ... då tenderar man att se undervisning som ...</i>	
... något som är värdelutrat	... en process där innehållet portioneras ut och kvantifierat (förtungligt) och blir föremål för elevernas övning
... olika nivåer i en elevs begreppsvärld	... en strategi för att ändra elevens kognitiva struktur
... en av individen själv uppbyggd, meningsfull tankevärld	... anordnande av en inlärningsmiljö med varierat utbud av resurser
... en grupp eller gemenskaps sätt att betrakta omvärlden	... ett deltagande i gemenskapens naturliga aktiviteter

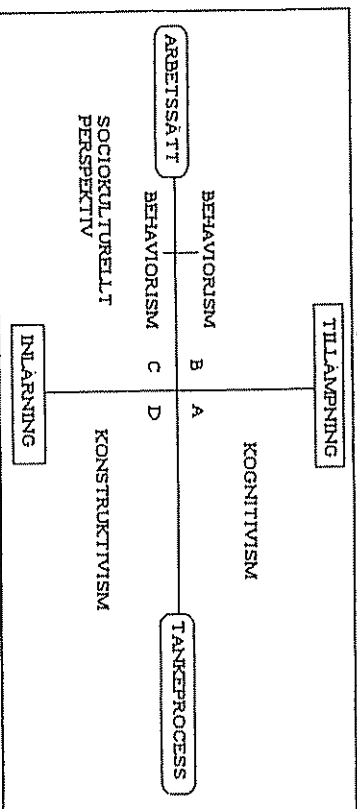
Vi återvänder nu till vår karta över landskapet "Problemlösning" för att där försöka peka ut eller placera in de olika teoretiska ansatserna. *Behaviorismen* intresserar sig ju inte för det kognitiva arbetet utan enbart ett synligt beteende. Fälten B och C blir därför aktuella. Man kan sedan mycket väl tänka sig att de uppgifter, som utformas enligt behavioristiska idéer och föreläggs eleverna, hör till såväl B som C. Betonas nyinlärnning hamnar vi i fält C och i fält B om tillämpning av redan inhämtade färdigheter sätts i fokus. I förhållanden de vill vi här nämna att många av de datorprogram som finns på skolorna och används i matematikundervisningen har stark behavioristisk prägel. Elevernas svar på de uppgifter, som presenteras, räknas och bedöms direkt och blir ackompanjerade av ljus- och ljudeffekter som ska verka förstärkande i olika grad.

Kognitivismen hör hemma i fält A. Den starka accentueringen av självregerande processer pekar direkt på förhållanden som pas-

sar in i detta fält. *Konstruktivistiska* tankar placeras vi fält D. Begreppet tankeexperiment sammanfattar väl det som vi menar utmärker fält D.

Det *sociokulturella perspektivet* låter sig inte placeras in så lätt. Perspektivet anlägger en helhetssyn på mänskliga och värld. Förhållanden mellan dem är dialektiskt och därmed är också relationen mellan en elevs utveckling och undervisning dialektisk. Inget fält får företräde egentligen före något annat. Men vill man ändå lägga tyngdpunkten någonstans så skulle det närmast bli i fält C. Enligt den sociokulturella ansatsen betraktas språket som en diskursiv handling. Språk och handling är inbryttade i varandra. Därmed skulle vi också kunna markera *dialogismen* i pedagogiken (Bruner, 1986) som motvikt till kognitivism och mentalism. Rommetveit (citerad i Lindqvist, 1999, s. 281) säger, att "det dialogiska alternativet är en kontrarevolution mot den kognitiva revolutionen". Begrepp som diskurs, autenticitet, kontext, lärlingskap, samarbetslärande och inlärningsmiljö inrymmer potentialer som ännu inte är prövade och omsatta i något pedagogiskt program fullt ut.

Den stora skillnaden mellan det sociokulturella perspektivet och behaviorismen, som återfinns i samma fält, fångas tydligt in i det motsatsförhållandet mellan deltagande och föreläggande. Den grundläggande ansatsen i det sociokulturella perspektivet är delaktighet. Att delta i en aktivitet är att "växa in i" ett tänkande eller en kultur vilken verksamheten är en del av. Motpolen är "skolas in i" vilket är behaviorismens signum (jämför Bishop, 1988).



Figur 3.13. Grafisk återgivning av olika teoris syn på problemlösning.

Jämför vi nu figur 3.13 med figur 2.4) finner vi klara paralleller. Figur 2.4 byggde på analys av läroplanernas innehåll och deras framställning av problemlösning. Tre prepositioner (*för, om och genom*) fick en framträdande roll. Vi ska utveckla vissa matematiska färdigheter för problemlösning enligt Lgr 62 och Lgr 69. Vi måste undervisa om problemlösning enligt Lgr 80. Genom problemlösning uppnår vi matematisk kunskap enligt Lpo 94.

De tre prepositionerna kan relateras till olika pedagogiska skolor och förklara sambandet mellan figurerna. En läroplan och tillhörande kursplan är tidsdokument och återspeglar vissa teorier även om det är svårt att i läroplanerna finna några tydliga konkretiseringar av och motiveringar för dem. Över tid framträder emellertid den utvecklingslinje som figurerna låter förstå.

Det tidigare beskrivna för-perspektivet grundas på teorier av stimululus-respons-typ. Lärande ses som bildandet av förbindelser eller band mellan stimuli (signaler från omgivningen) och svar eller reaktioner från någon på dessa signaler. Genom drill och övning i följder av lämpligt avpassade små steg skall eleverna lära sig vissa basfärdigheter för att sedan tillämpa dem vid lösandet av problem. Den i en textuppgift implicit definierade räknoperationen tänks utlösa rätt handlande av eleven. Denna synsätt präglar de tidigaste läroplanerna för grundskolan.

Men lärande kan inte enbart ses som tillägnande av fakta, information och färdigheter, utan lärande innebär också hanterande av detta. Om-perspektivet blir därmed tydligt. Den i kognitiv psykologi så utbredda datometaforen fångar in denna aspekt på lärandet. Den erbjuder en kraftfull modell för både en mental representation av kunskap och kognitiva procedurer och strategier. Begreppet metakognition – omfattande bland annat självreglering, kontroll och medveten styrning av tänkandet – ges en framträdande plats. Felaktiga svar betraktas som resultat av procedurdefekter som kan åtgärdas ('repareras') så att tänkandet i fortsättningen genererar rätt svar. Lgr 80 hamnade ju också i fält A.

Dagens aktuella genom-perspektiv kan motiveras utifrån en konstruktivistisk idéströmning. Bärande utgångspunkter är att den lärande själv konstruerar sin kunskap och att undervisning ska beakta den lärandes tidigare existerande och strukturerade kunskap.

Att i tanken först utföra ett experiment eller finna en lösning på ett problem ses metaforiskt som 'motor' vid inläring. Lpo 94 placerades i fält D.

Vi menar nu att det sociokulturella perspektivet bör diskuteras, granskas och fördjupas inför kommande revisioner av läroplanen. Fröet till en alternativ framtida pedagogik är redan sått (jämför Lindqvist, 1999; Carlgren, 1997, 1999; Ackerman, 1996; Wilson, 1996). Om inte annat så bör man fullfölja dagens konstruktivistiska och postmoderna idéer om mångfald.

Lärande behöver inte uppfattas som och reduceras till varken ett passivt förmande av vissa beteenden (behaviorism) eller en helt individuell, kognitiv, mental och inåtriktad process (kognitivism). Lärande kan innebära en personlig tolkning av världen och försiggå i meningsfulla sammanhang som blir en del av själva lärandet (konstruktivism). Lärande kan också uppfattas som ett socialt fenomen som medieras av språket i sociala diskurser (sociokulturellt perspektiv).

Referenser

- Ackerman, E. (1996). Perspective taking and object construction: Two keys to learning. I: Y. Kafai & M. Resnick (eds.), *Constructionism in practice: Designing, thinking, and learning in a digital world*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, s. 25-35.
- Andersson, B. (1989). *Grundskolans naturvetenskap. Forskningsresultat och nya idéer*. Stockholm: Skolöverstyrelsen och Utbildningsförlaget.
- Anderson, R. C. (1984). Some reflections on the acquisition of knowledge. *Educational Researcher*, 13 (9), s. 5-10.
- Arfvedson, G. (1992). *Hur och när lär sig elever? Didactica 2*. Stockholm: HLS Förlag.
- Berger, P. L., & Luckmann, T. (1966). *The social construction of reality*. London: Penguin Books.
- Bishop, A. J. (1988). Mathematics education in its cultural contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 19 (2), s. 179-191.
- Björkqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematikundervisning. *Nordisk matematikdidaktik*, 1 (1), s. 8-17.
- Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Bruner, J. (1973). *Going beyond the information given*. New York: Norton.
- Bruner, J. (1983). *The course of cognitive growth*. New York: Norton.
- Bruner, J. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Bruner, J. (1996). *The culture of education*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Carlgren, I. (1997). Klassrummet som social praktik och meningskonstruerande kultur. *Nordisk pedagogik*, 17 (1), s. 8-27.
- Carlgren, I. (red.) (1999). *Miljöer för lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23 (7), s. 13-20.
- Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. I: R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings, (eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education Monograph No. 4. Reston, VA: NCTM, Inc., s. 107-122.
- Cummins, J. (1981). *Bilingualism and minority-language children*. Toronto: OISE P.
- Dewey, J. (1933/1998). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process*. (Revised and expanded edition with foreword by Maxine Greene). Boston: Houghton Mifflin.
- Driver, R. (1981). Pupil's alternative frameworks in science. *European Journal of Science Education*, 3 (1), s. 93-101.
- Engström, A. (red.) (1998). *Matematik och reflektion*. Lund: Studentlitteratur.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: The Falmer Press.
- Ernest, P. (1995). The one and many. I: L. Steffe, & J. Gale (eds.), *Constructivism in education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, s. 459-486.
- Ernest, P. (1997). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany, NY: State University of New York Press.
- Evans, J., & Tsatsaroni, A. (1994). Language and "subjectivity" in the mathematics classroom. I: S. Lerman (ed.), *Cultural perspectives on the mathematics classroom*. Dordrecht: Kluwer, s. 163-182.
- Garnier, R., & Alexander, P. (1989). Metacognition: Answered and unanswered questions. *Educational Psychologist*, 24, s. 143-158.
- Gergen, K. J. (1994). *Realities and relationships. Soundings in social construction*. Cambridge, MA and London, UK: Harvard University Press.
- Goodman, N. (1978). *Ways of worldmaking*. Hassocks: Harvester.
- Harre, R., & Gillett, G. (1994). *The discursive mind*. London: Sage.
- Hedren, R. (1995). *Miniträkaren eller algoritmer i den elementära matematikundervisningen*. Rapport 1995:2. Sektionen för humaniora och beteendevetenskap. Falun Borlänge: Högskolan.
- Hiebert, J. (ed.) (1986). *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Husen, T. (1957). *Pedagogisk psykologi*. Stockholm: Svenska Bokförlaget, Norstedts.
- Jaworski, B. (1994). Constructivism and teaching - the socio-cultural context. *Chreods*, 7, s. 13-18.
- Kieren, T. E., & Pine, S. E. B. (1991). Recursion and the mathematical experience. I: L. P. Steffe (ed.), *Epistemological foundations of mathematical experience*. New York: Springer-Verlag, s. 78-101.
- Kilborn, W. (1979). *PUMP-projektet. Bakgrund och erfarenheter*. Stockholm: Skolöverstyrelsen och Liber Utbildningsförlaget.

- Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (2), s. 133-150.
- Lindqvist, G. (red.) (1999) *Vygotskij och skolan*. Texter ur Lev Vygotskij's "Pedagogisk psykologi" kommenterade som historia och aktuellitet. Lund: Studentlitteratur.
- Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63, s. 81-97.
- Miller, G. A., Galanter, E., & Pribram, K. H. (1960). *Plans and the structure of behavior*. New York: Holt, Rinehart, and Winston.
- Moll, L. C., & Whitmore, K. F. (1993). Vygotsky in classroom practice: Moving from individual transmission to social transaction. I: E. A. Forman, N. Minick, & C. A. Stone (eds.), *Contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development*. New York: Oxford University Press, s. 19-42.
- Nationalencyklopedin* (NE) (1992). Höganäs: Bra Böcker.
- Newman, D., Griffin, P., & Cole, M. (1989). *The construction zone: Working for cognitive change in schools*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Papert, S. (1993). The children's machine: Rethinking school in the age of the computer. New York: Basic Books.
- Piaget, J. (1932). *The moral judgment of the child*. New York: Free Press.
- Pask, G. (1976). Conversation theory: Applications in education and epistemology. New York: Elsevier Scientific Publishing.
- Posner, M. (ed.) (1989). *Foundations of cognitive science*. Cambridge, MA: MIT-press.
- Rommetveit, R. (1972). *Språk, tanke og kommunikasjon*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Ryle, G. (1949). *The concept of mind*. London: Hutchinson.
- Scardamalia, M., & Bereiter, C. (1991). Higher levels of agency for children in knowledge building: A challenge for the design of new knowledge media. *Journal of the Learning Sciences*, 1 (1), s. 37-68.
- Schank, R., & Abelson, R. (1977). *Scripts, plans, goals, and understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuzz about metacognition? I: A. H. Schoenfeld (ed.), *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, s. 189-216.
- Schoenfeld, A. H. (1991). On mathematics as sensemaking: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathemat-

- ics. I: J. F. Voss, D. N. Perkins, & J. W. Segal (eds.), *Informal reasoning and education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, s. 311-344.
- Sfard, A., Nesher, P., Steinfeld, S., Cobb, P., & Mason, J. (1998). Learning mathematics through conversation: Is it as good as they say? *For the Learning of Mathematics*, 18 (1), s. 41-51.
- Silver, E. A. (1987). Foundations of cognitive theory and research for mathematics problem-solving. I: A. H. Schoenfeld (ed.), *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, s. 33-60.
- Skinner, B. F. (1969). *Undervisningsteologi*. Stockholm: Almqvist & Wiksell.
- Skinner, B. F. (1974). *About behaviorism*. New York: Knopf.
- Stensmo, C. (1994). *Pedagogisk filosofi*. Lund: Studentlitteratur.
- SOU 1992:94. Lärplanskommitténs betänkande Skola för bildning.
- Säljö, R. (1992). Human growth and the complex society. Notes on the monocultural bias of theories of learning. *Cultural Dynamics*, 1 (1), s. 43-56.
- Säljö, R. (1996). Mental and physical artifacts in cognitive practices. In P. Reimann & H. Spada (eds.), *Learning in humans and machines*. Oxford: Pergamon, s. 83-96.
- Säljö, R., & Wyrndhamn, J. (under utgivning). Naturvetenskap som arena för kommunikation. Ett sociokulturellt perspektiv på lärande. I: H. Strömdahl (red.), *Kommunicera naturvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.
- Tharp, R., & Gallimore, R. (1988). *Rousing minds to life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Trowbridge, J. E., & Wandersee, J. H. (1994). Identifying critical junctures in learning a college course on evolution. *Journal of Research in Science Teaching*, 31, s. 459-473.
- von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. I: C. Janvier (ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, s. 3-18.
- von Glasersfeld, E. (1990). An exposition of constructivism: Why some like it radical. I: R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings, (eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education Monograph No. 4. Reston, VA: NCTM, Inc., s. 19-29.
- von Glasersfeld, E. (1995) *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: The Falmer Press.

- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. (M. Cole et al., Trans.) Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language*. (A. Kozulin, Trans.) Cambridge, MA: MIT Press.
- Wallén, G. (1993). *Vetenskapsteori och forskningsmetodik*. Lund: Studentlitteratur.
- Wertsch, J. (1985) *Vygotsky and the social formation of mind*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wertsch, J. (1991). Voices of the mind: A sociocultural approach to mediated action. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Whitehead, A. N. (1948). *An introduction to mathematics*. Oxford: Oxford University Press.
- Wilson, B. G. (1995). Metaphors for instruction: Why we talk about learning environments. *Educational Technology*, 35 (5), s. 25-30.
- Wilson, B. G. (ed.) (1996). *Constructivist learning environments: Case studies in instructional design*. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publication.
- Wood, D. (1992). *Hur barn tänker och lär*. (B. Nilsson, övers.) Lund: Studentlitteratur.
- Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17 (2), s. 89-100.

DEL 4

VAD LÄRARSTUDERANDE SER SOM PROBLEMLÖSNING

Vår nästa uppehållsplats på vår tänkta resa blir en utsiktspunkt från vilken vi kan studera hur lärarstudierande ser på matematikundervisningen i allmänhet och problemlösning i synnerhet. Under sin studietid ska en blivande lärare göra ett dramatiskt perspektivbyte. Under en följd av år har lärarstudenten haft positionen som elev men ska under några terminer inta en ny som lärare. Frågan är i vilken utsträckning lärarutbildningen påverkar kanske redan fast etablerade attityder och övertygelser och öppnar för en orientering i det postmoderna samhället. Vi vill här bidra med några erfarenheter från en enkel *tvärsnittsstudie*.

Vi koncentrerar vår uppmärksamhet på blivande lärare för skolan åren 1-7 med inriktning på matematik och naturorienterande ämnen. Motiveringen för detta är att vi ser lärarna för elever i de tidigare skolåren som ytterst betydelsefulla personer när det gäller att lägga grunden för såväl elevers matematiska kunskaper och färdigheter som deras inställning till ämnet och studier i ämnet.

Så här kan den vid undersökningsstillfället rådande organisatoriska ramen beskrivas. Utbildningstiden omfattar sammanlagt 7 terminer eller omräknat till ett annat mått 140 poäng. Utbildningen i matematik för denna grupp av studerande omfattar 15 poäng vilket ska motsvara 15 veckors heltidssstudier. Kursen betecknas enligt gällande kursplaner "Matematik och matematikdidaktik" och är uppdelad i tre mindre om vardera 5 poäng. Delkurserna låg i det